

Amplificateurs Opérationnels (AO2)

Réponses fréquentielle et conception de Filtre

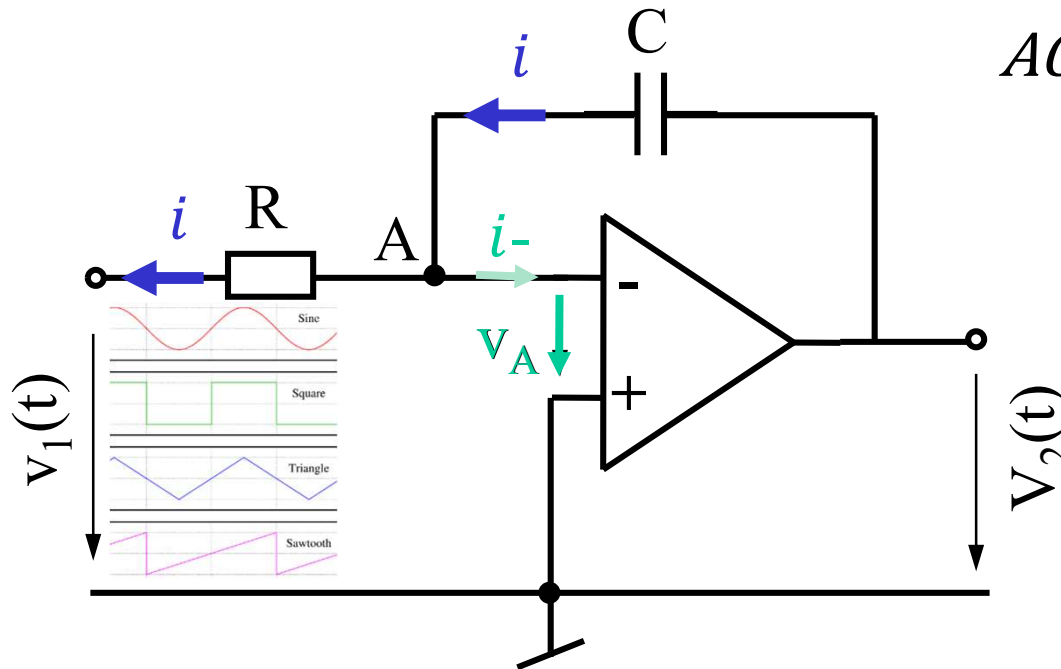
Electronique I
Adil KOUKAB

Sommaire

- Réponse fréquentielle d'un montage à AO
 - Montages Intégrateur et Différentiateur
 - Exemples
- Conception de Filtres actifs à base d'AO (premier et second ordre)
 - Topologie Générale
 - Calcul d'impédance de circuits R, C, RC, ...
 - Conception de filtres:
 - d'ordre 1
 - d'ordre >1
 - Exemples

Montage intégrateur

Domaine temporel ($v_1(t)$ quelconque)



AO idéal + Réaction Négative

$$i_- = 0$$

$$\Delta V = -V_A = 0$$

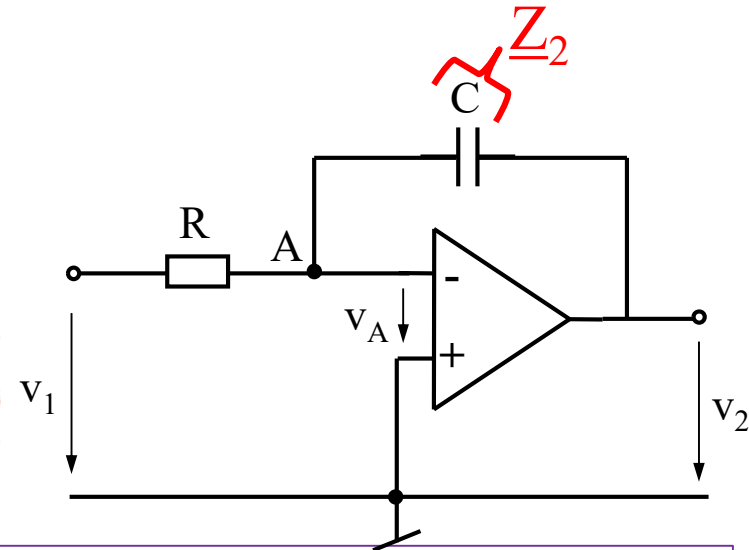
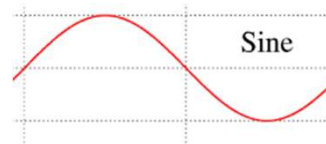
$$i = C \frac{d(V_2 - V_A)}{dt} = C \frac{dV_2}{dt}$$

$$i = \frac{V_A - V_1}{R} = -\frac{V_1}{R}$$

$$\rightarrow \frac{dV_2}{dt} = -\frac{V_1}{RC}$$

$$V_2(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_1 dt + V_2(0)$$

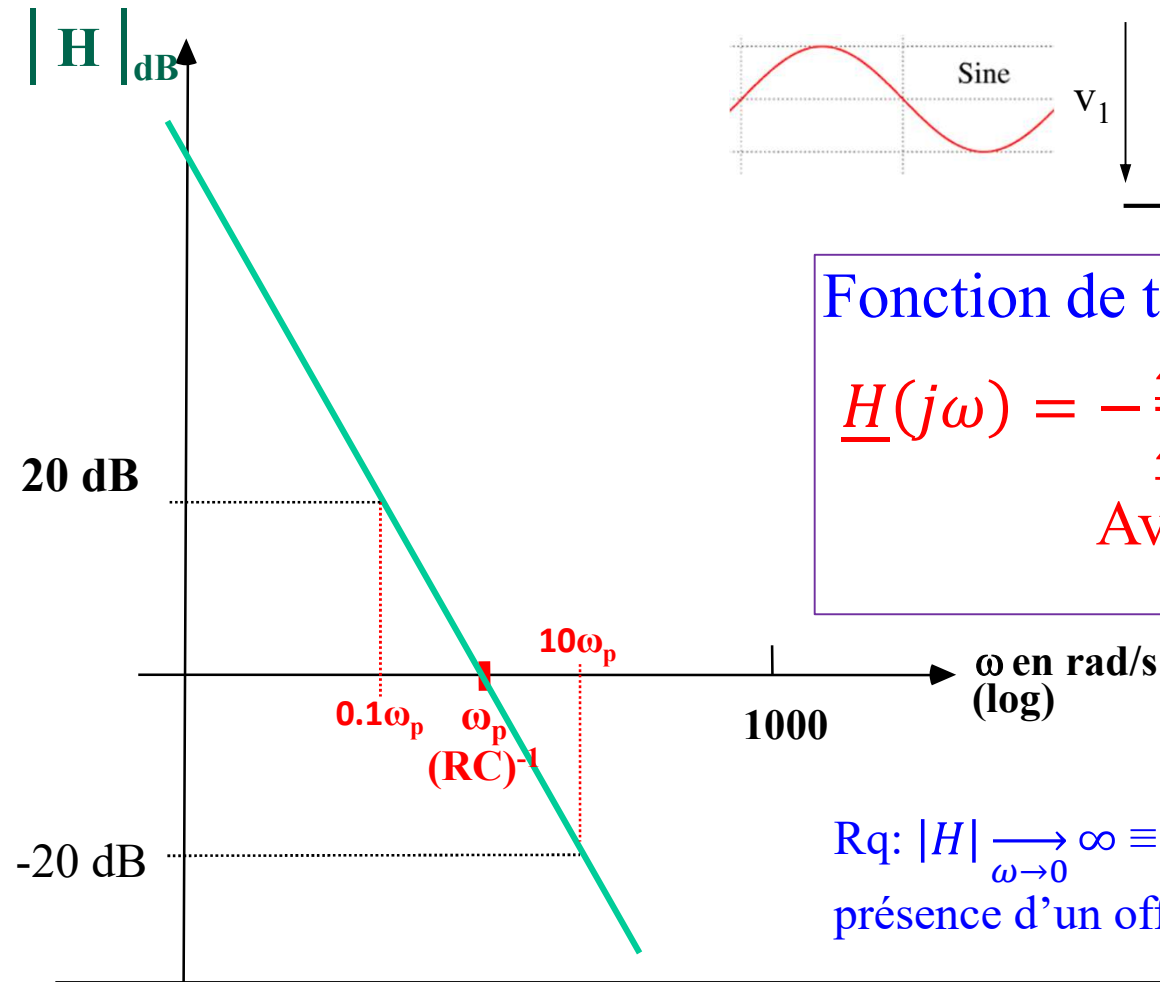
Réponse Harmonique d'un intégrateur



Fonction de transfert:

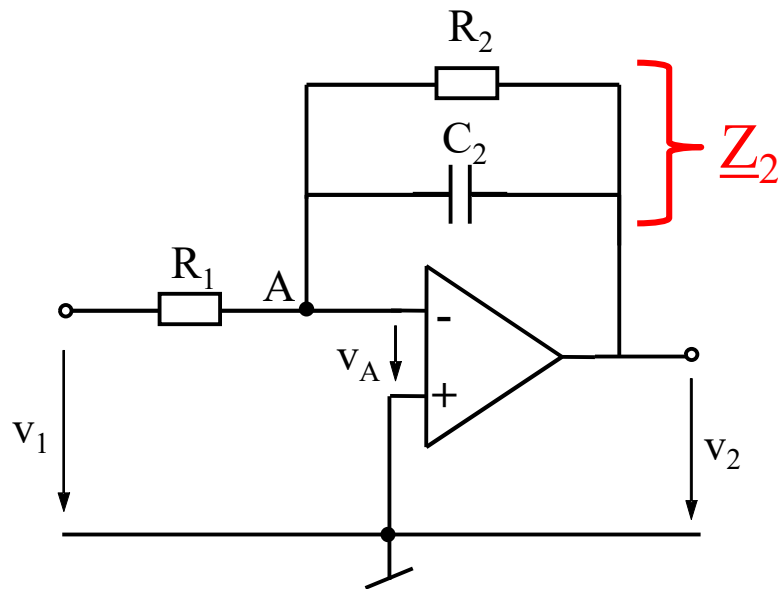
$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = -\frac{1/jC\omega}{R} = -\frac{1}{j\omega/\omega_p}$$

Avec $\omega_p = (RC)^{-1}$



Rq: $|H| \xrightarrow[\omega \rightarrow 0]{} \infty \equiv$ Saturation de la sortie en cas de présence d'un offset (V_{1dc}) à l'entrée 🤔

Exemple 2: Réponse fréquentielle d'un montage à AO

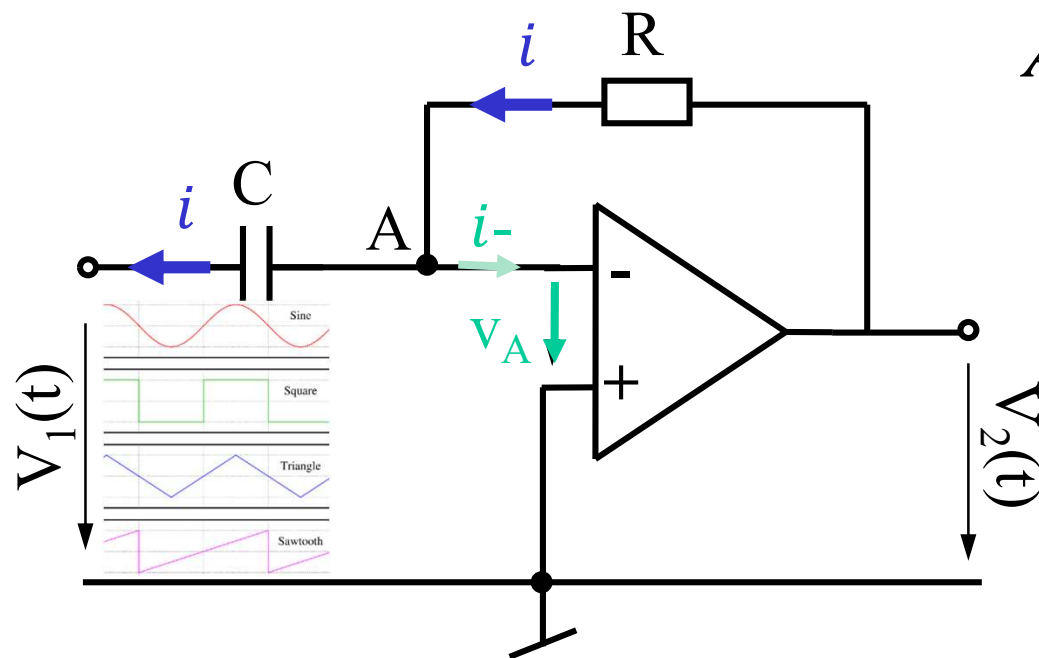


Etablir la fonction de transfert et tracer son diagramme de Bode en amplitude et en phase.

Identifier la zone d'amplification et la zone d'intégration.

Montage différentiateur

Domaine temporel ($v_1(t)$ quelconque)



AO idéal + Réaction Négative

$$i - = 0$$

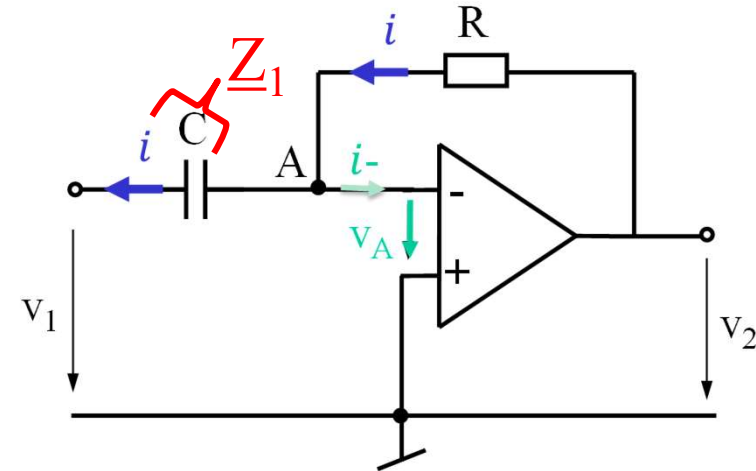
$$\Delta V = -V_A = 0$$

$$i = \frac{V_2}{R}$$

$$i = C \frac{d(V_A - V_1)}{dt} = -C \frac{dV_1}{dt}$$

$$V_2 = -RC \frac{dV_1}{dt}$$

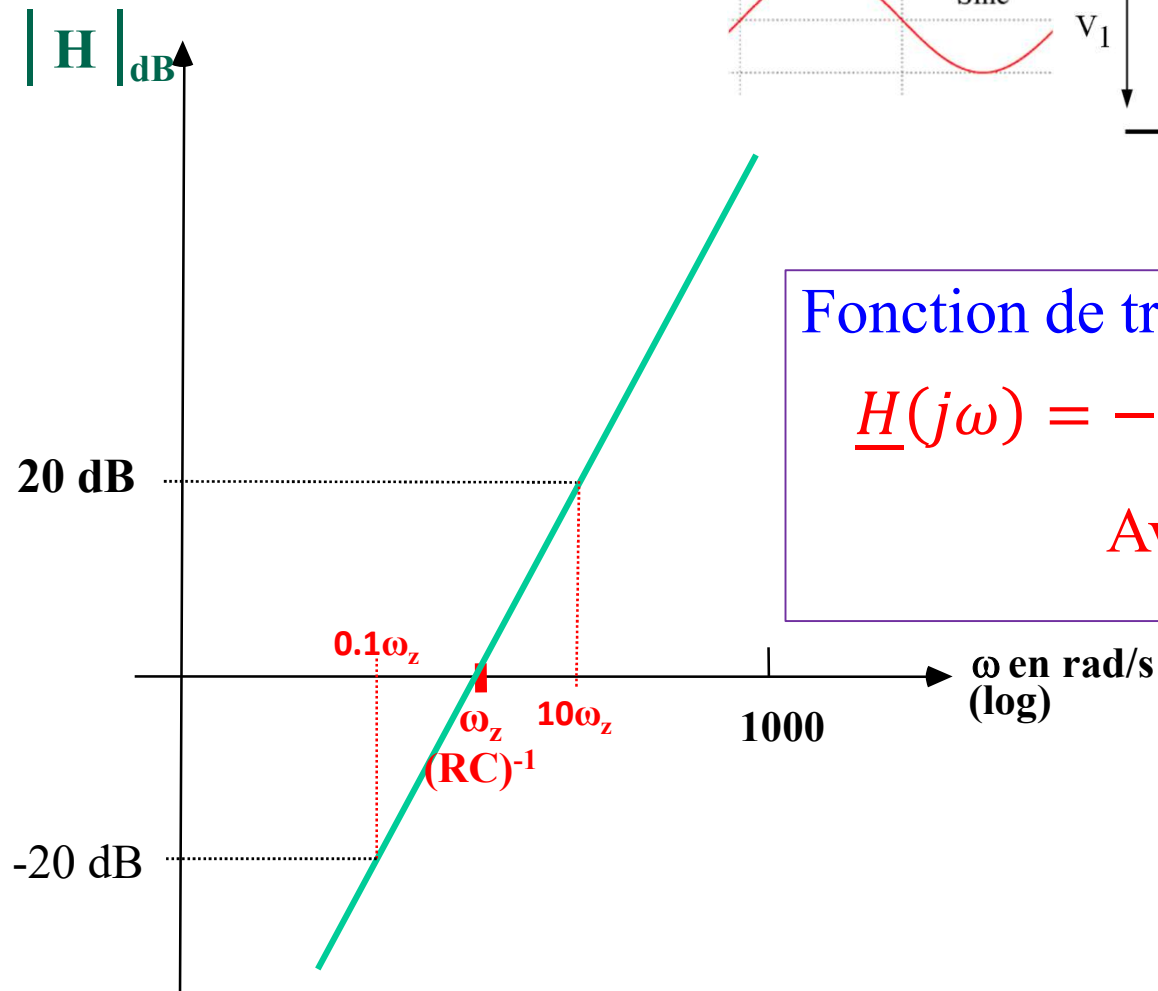
Réponse Harmonique d'un différentiateur



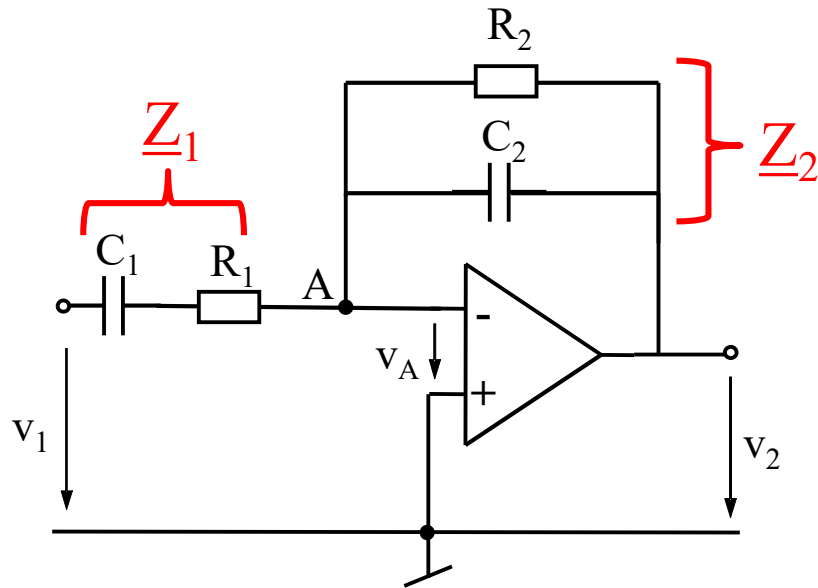
Fonction de transfert:

$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = -j\omega RC = -j\omega/\omega_z$$

Avec $\omega_z = (RC)^{-1}$



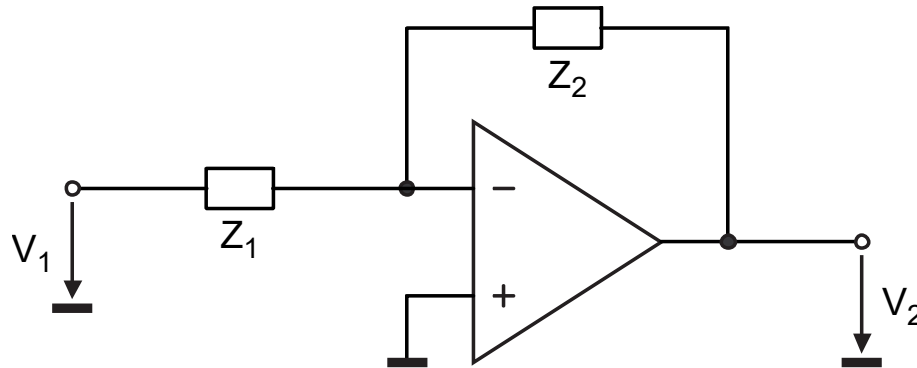
Exemple 2: Réponse fréquentielle d'un montage à AO



Etablir la fonction de transfert et tracer son diagramme de Bode en amplitude (supposer que $R_1 = 10 R$ et $R_1 C_1 = 10 R_2 C_2$)

Conception de Filtres Actifs à base d'AO

Conception: Filtres d'ordre 1



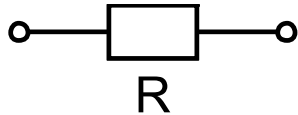
Circuit générique

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{v_2}{v_1} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}$$

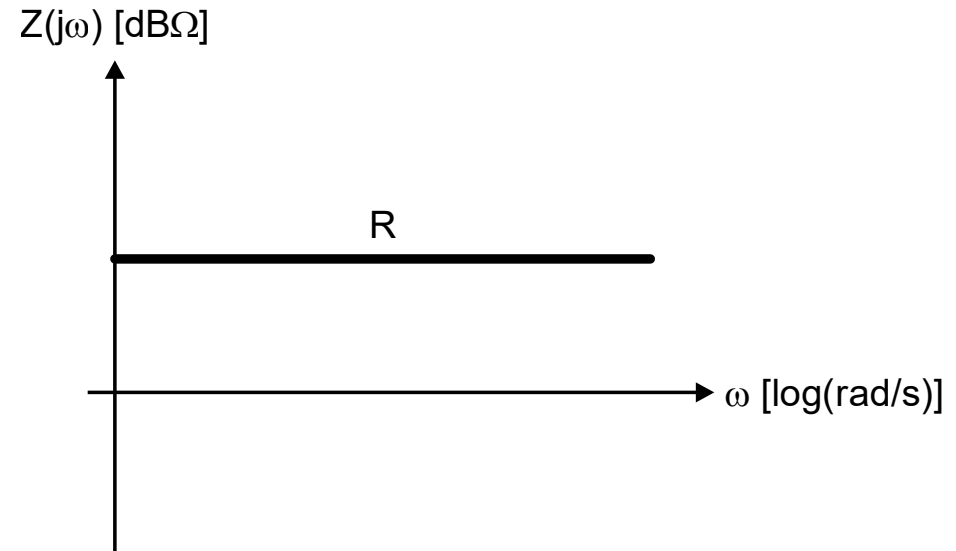
$$|H|_{dB} = \underbrace{|Z_2|_{dB\Omega}}_{\text{Inchangée}} - \underbrace{|Z_1|_{dB\Omega}}_{\text{Inversée}}$$

- Choisir une structure pour le numérateur ($\underline{Z}_2$) et une pour le dénominateur ($\underline{Z}_1$)
- Les diagrammes de Bode correspondants se soustraient (celui du dénominateur $\underline{Z}_1$ doit être inversée verticalement, symétrie / axe des ω)

Impédance d'une résistance

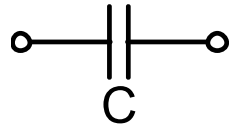


$$\underline{Z}_R(j\omega) = R$$

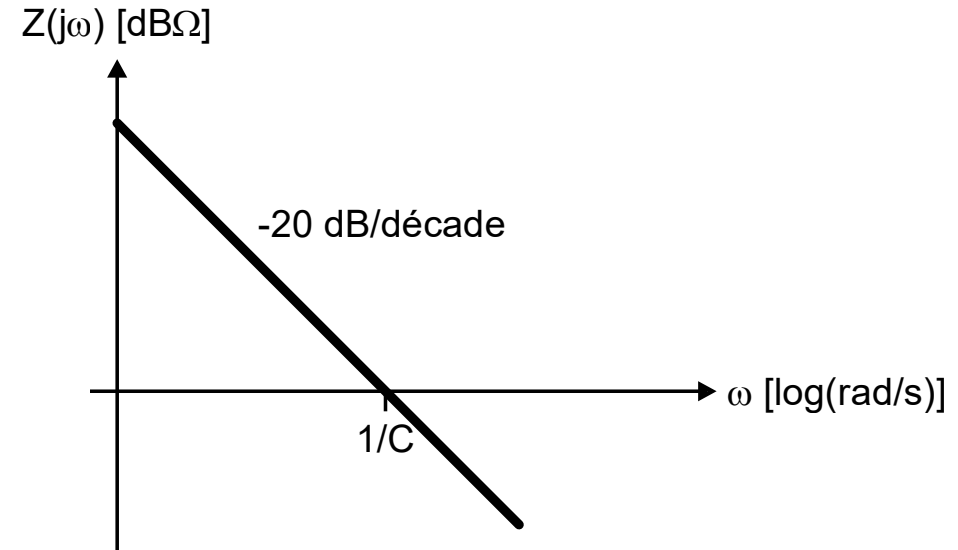


	$f = 0$ (DC)	$f = \infty$
$Z =$	R	R

Impédance d'une capacité

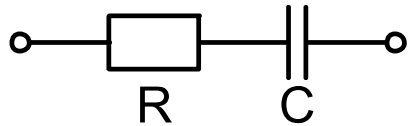


$$\underline{Z}_C(j\omega) = \frac{1}{j\omega C}$$

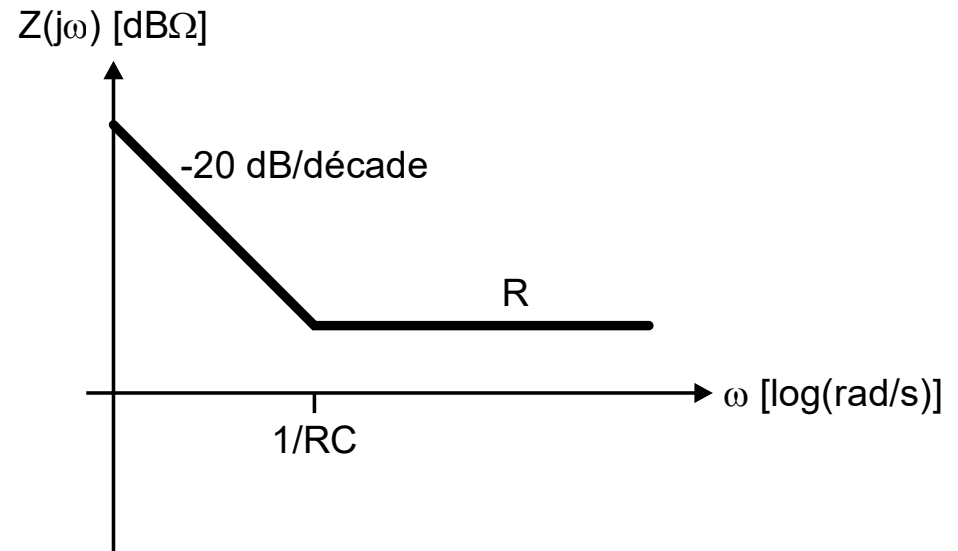


	f = 0 (DC)	f = ∞
Z =	∞	0 (-∞ dBΩ)

Montage RC série

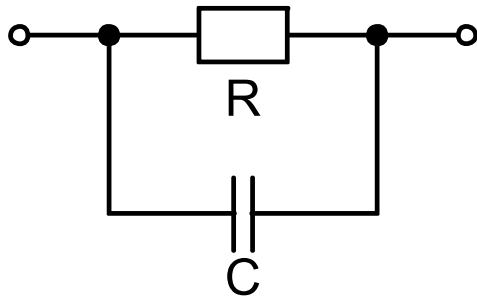


$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{1}{j\omega C} + R = \frac{1 + j\omega RC}{j\omega C}$$

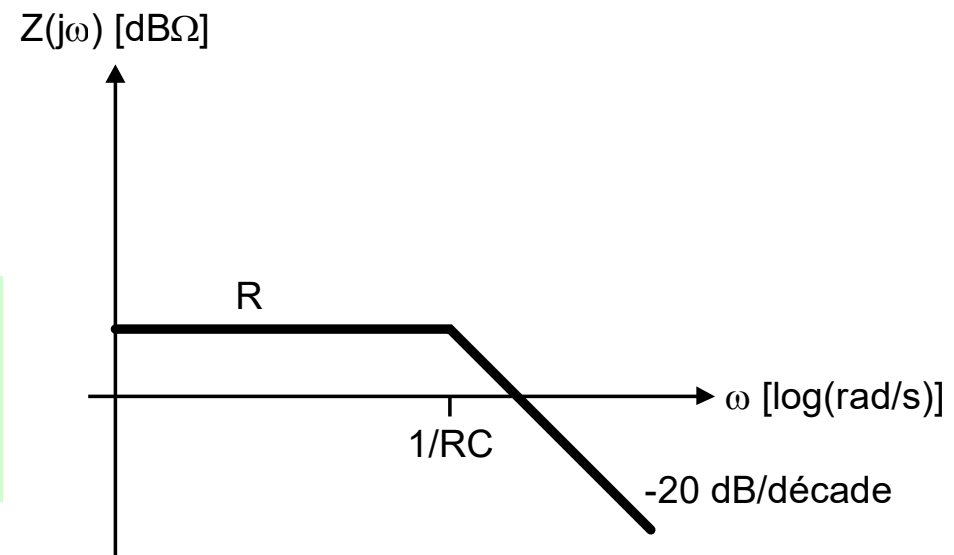


	f = 0 (DC)	f = ∞
Z =	∞	R

Montage RC parallèle

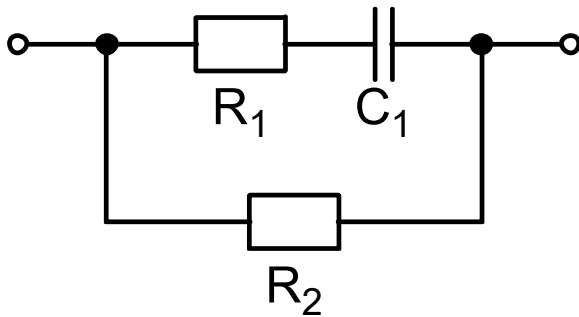


$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C} \cdot R}{\frac{1}{j\omega C} + R} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$



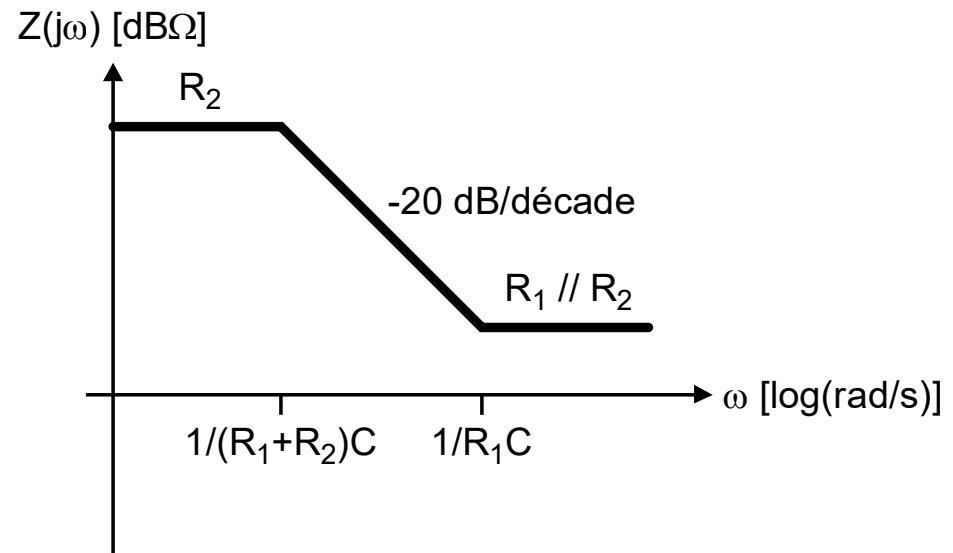
	$f = 0$ (DC)	$f = \infty$
$Z =$	R	0 ($-\infty$ dBΩ)

Montage R²C



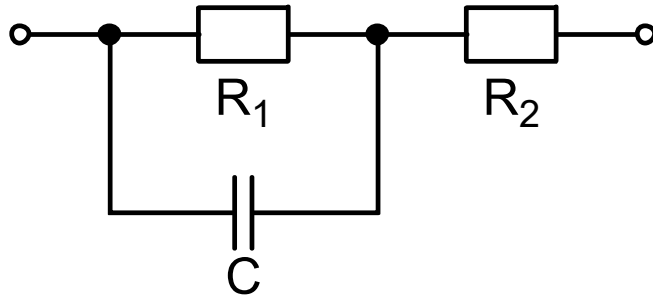
$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{\frac{1 + j\omega R_1 C}{j\omega C} \cdot R_2}{\frac{1 + j\omega R_1 C}{j\omega C} + R_2}$$

$$= R_2 \frac{1 + j\omega R_1 C}{1 + j\omega (R_1 + R_2) C}$$



	f = 0 (DC)	f = ∞
Z =	R ₂	R ₁ // R ₂

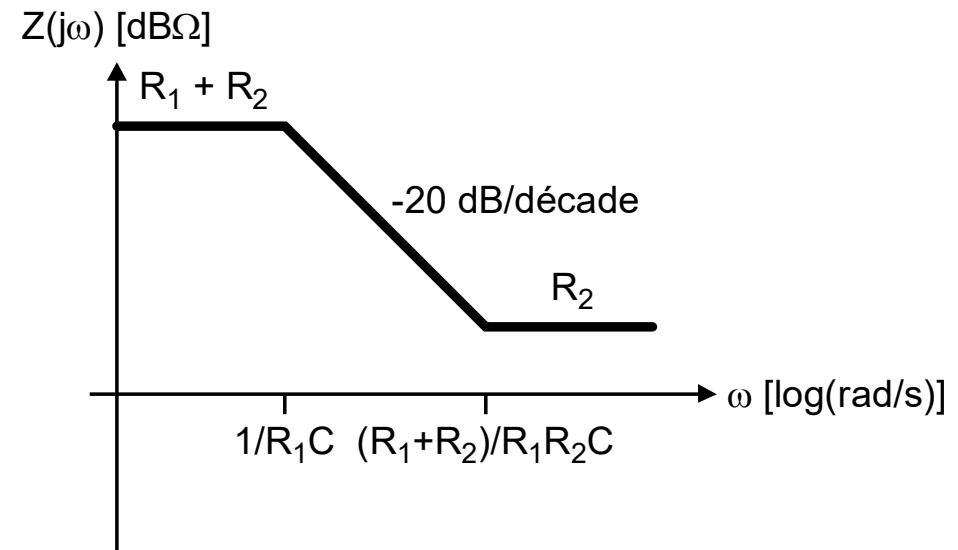
Montage R²C



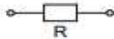
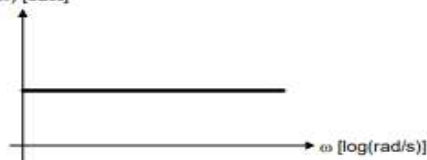
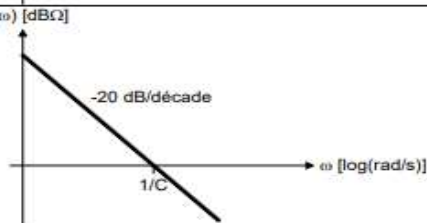
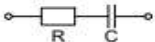
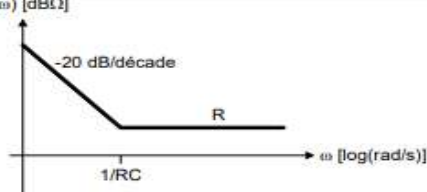
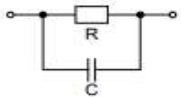
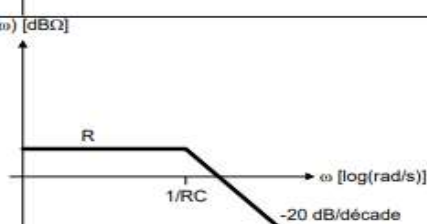
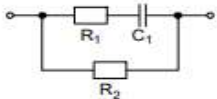
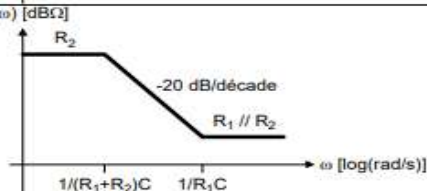
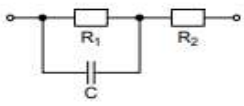
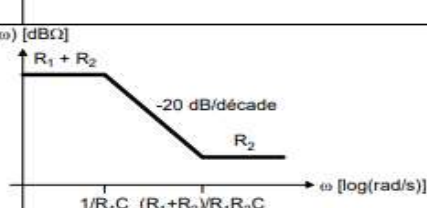
$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C} + R_2$$

$$= \frac{R_1 + R_2 + j\omega R_1 R_2 C}{1 + j\omega R_1 C}$$

$$= (R_1 + R_2) \frac{1 + j\omega \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C}{1 + j\omega R_1 C}$$



	f = 0 (DC)	f = ∞
Z =	R ₁ + R ₂	R ₂

Circuit	Equation	Impédance $Z(j\omega)$	
			Fonction
	R	$Z(j\omega)$ [dBΩ]	
	$\frac{1}{j\omega C}$	$Z(j\omega)$ [dBΩ]	
	$\frac{1 + j\omega RC}{j\omega C}$	$Z(j\omega)$ [dBΩ]	
	$\frac{R}{1 + j\omega RC}$	$Z(j\omega)$ [dBΩ]	
	$R_2 \frac{1 + j\omega R_1 C}{1 + j\omega (R_1 + R_2) C}$	$Z(j\omega)$ [dBΩ]	
	$(R_1 + R_2) \frac{1 + j\omega \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C}{1 + j\omega R_1 C}$	$Z(j\omega)$ [dBΩ]	

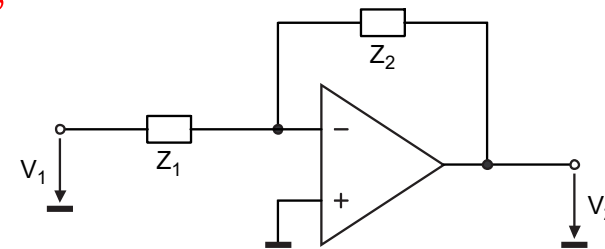
Méthodologie de conception

I. A partir de la Forme du Diagramme de Bode,

➤ On conçoit la structure du Filtre

➤ Choix des impédances $\underline{Z}_1$ & $\underline{Z}_2$ dans le formulaire:

Rq: $\underline{Z}_1$ au dénominateur de $\underline{H}$ → Son Bode est inversé verticalement, symétrie / axe des ω)



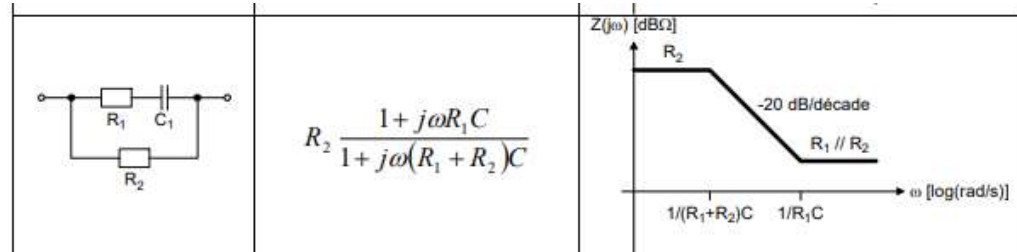
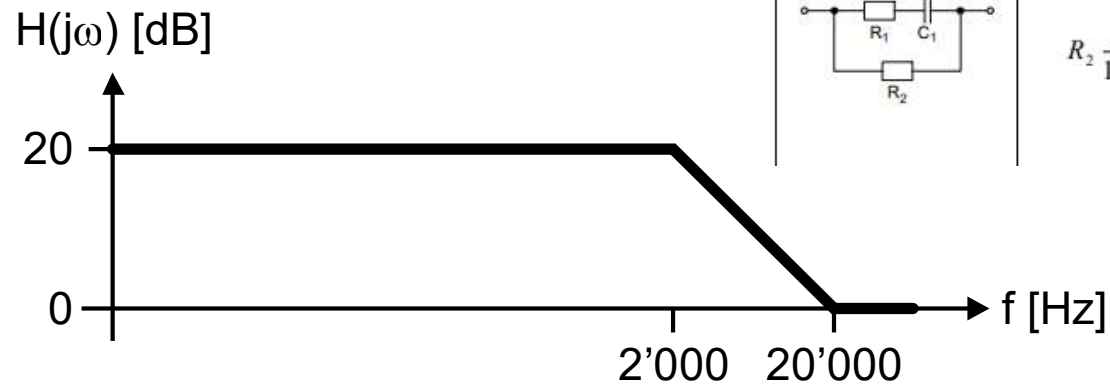
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{v_2}{v_1} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}$$

II. A partir des fréquences de coupures (pôles et zéros) et des gains,

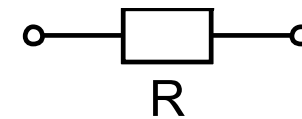
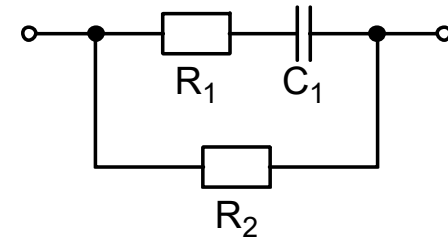
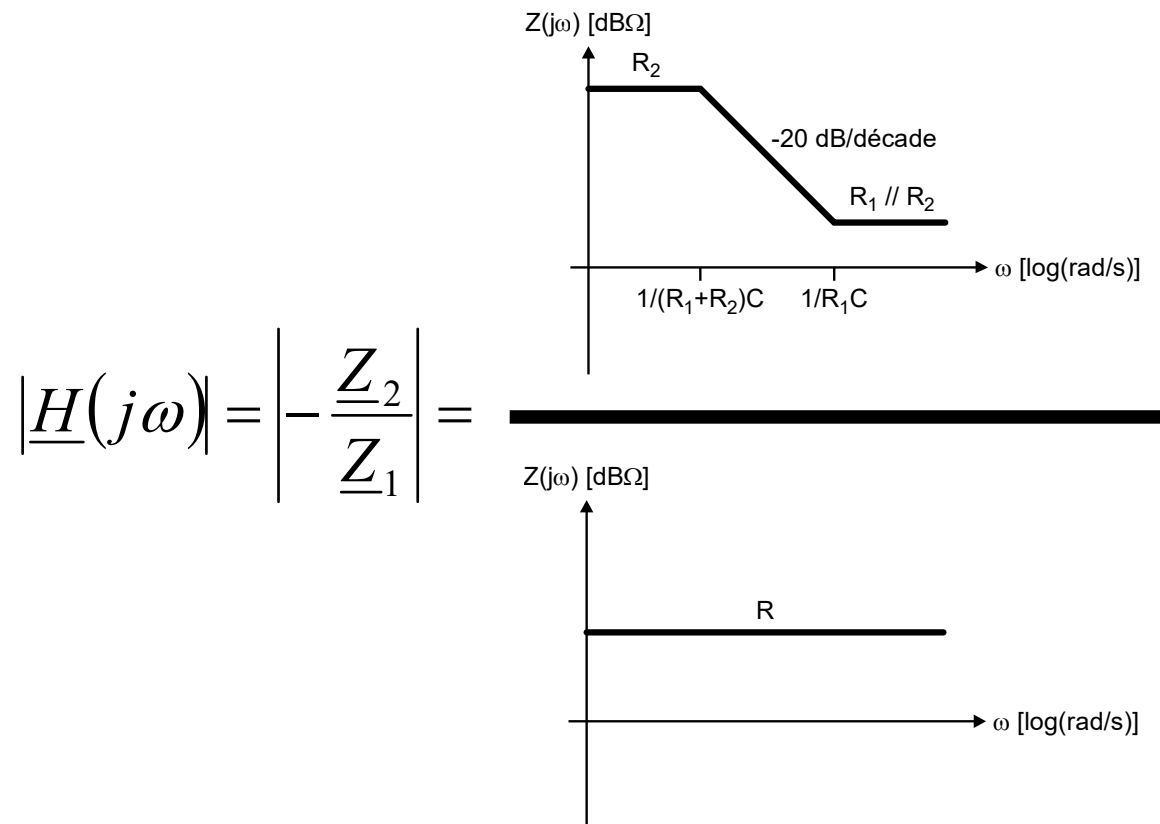
➤ On dimensionne les composants $\underline{Z}_1$ & $\underline{Z}_2$
→ calcule les valeurs (R_i , C_i).

$$|H|_{dB} = |Z_2|_{dB\Omega} - |Z_1|_{dB\Omega}$$

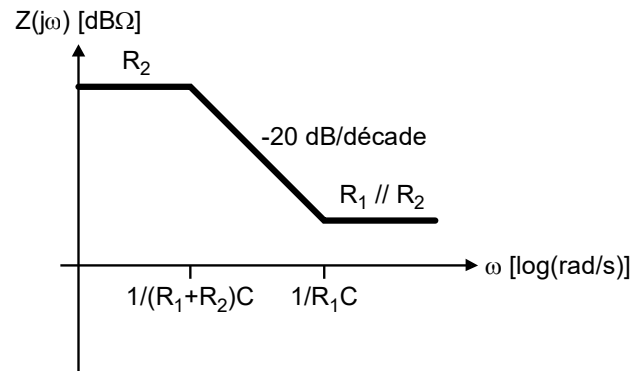
Example-conception 1



Choix des impédances et $\underline{H}(j\omega)$

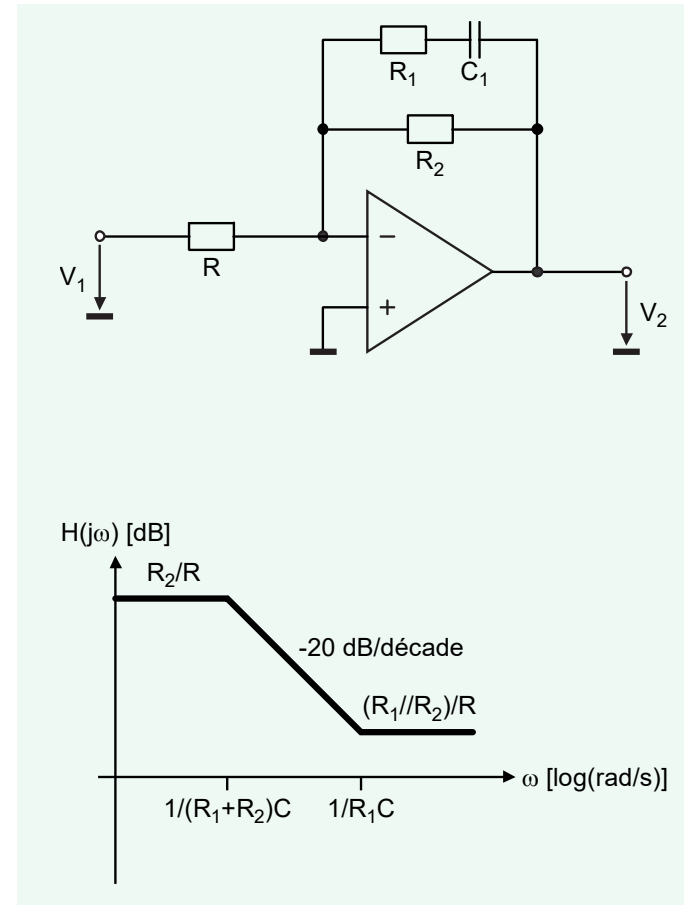
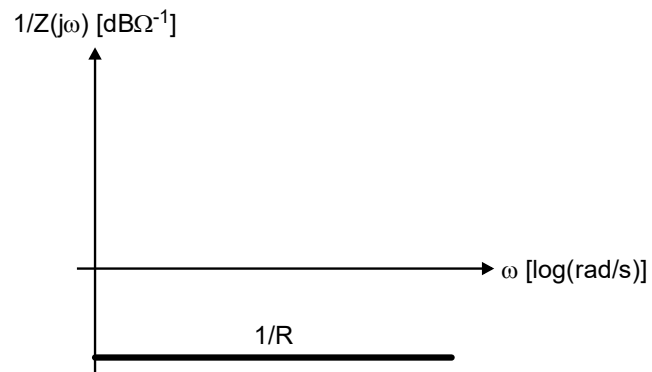


Fonction de transfert

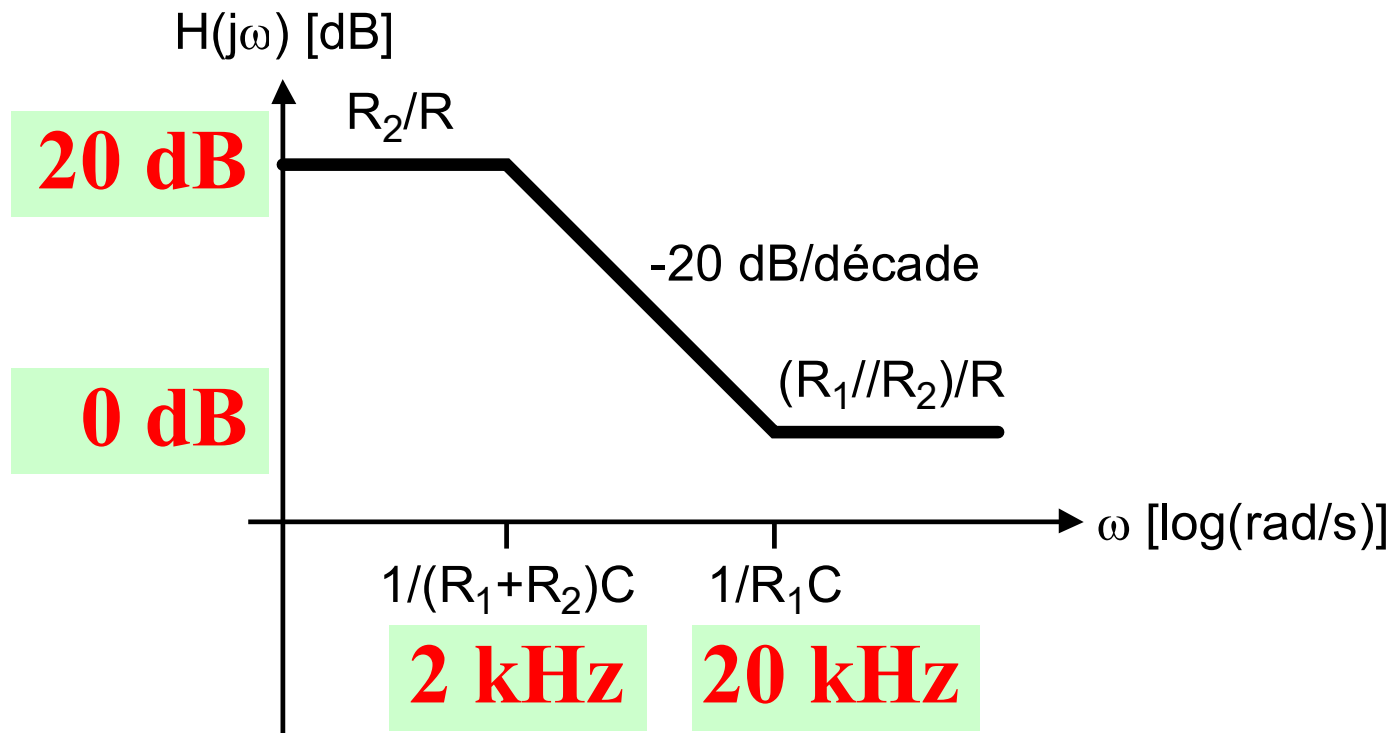


+

=



Equation de la fonction de transfert



$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = -\frac{R_2}{R} \cdot \frac{1 + j\omega R_1 C}{1 + j\omega (R_1 + R_2) C}$$

Valeurs des composants

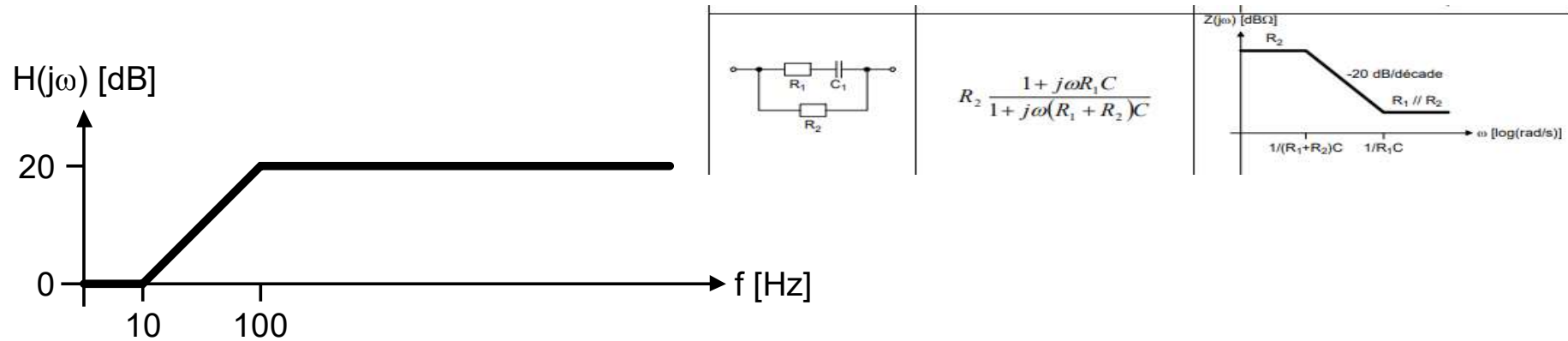
$$\frac{R_2}{R} = 10 \Leftrightarrow R = \frac{R_2}{10}$$

$$\frac{1}{(R_1 + R_2)C} = \frac{1}{10R_1C} \Leftrightarrow 10R_1 = R_1 + R_2 \Leftrightarrow R_1 = \frac{R_2}{9}$$

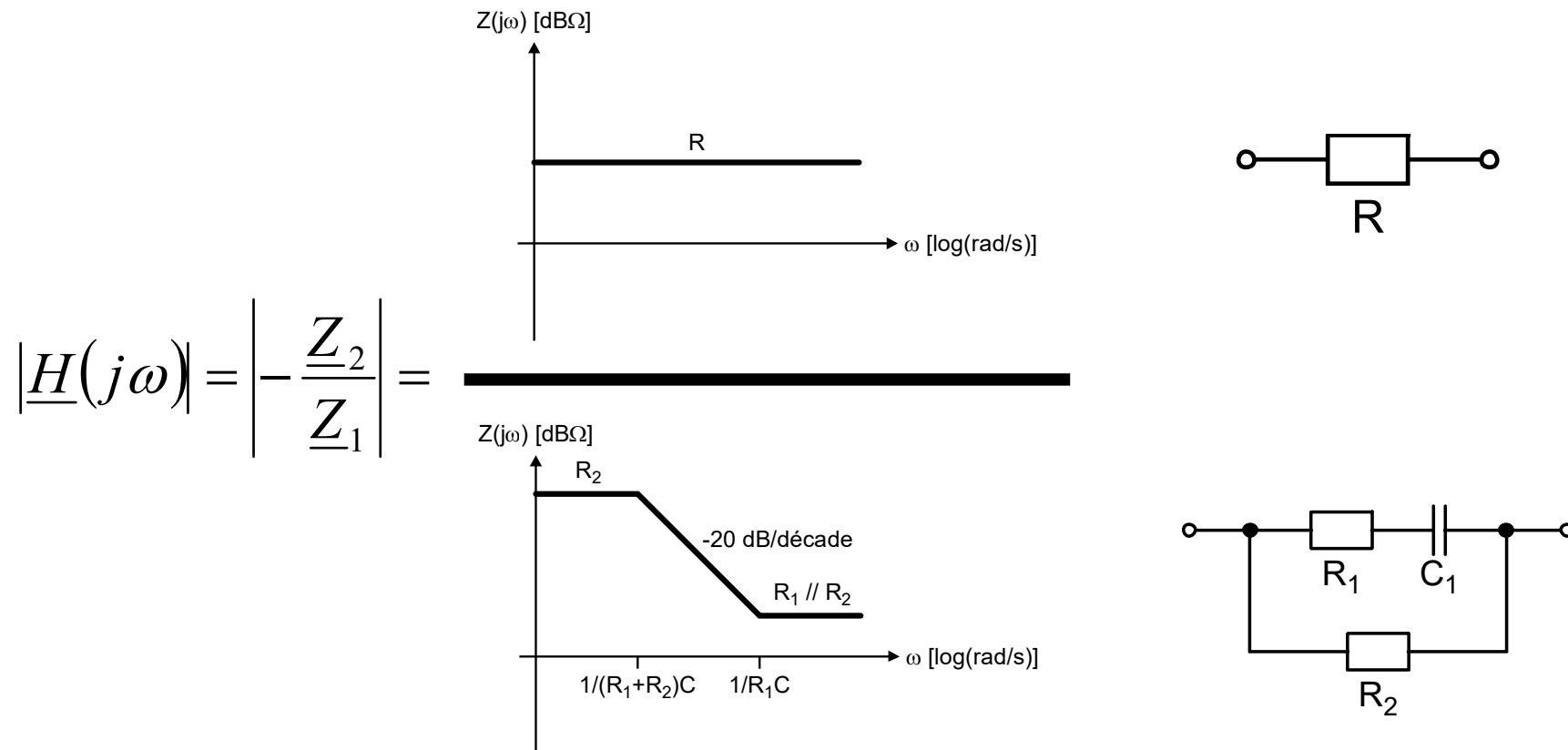
$$\frac{1}{R_1C} = 2\pi \cdot 20 \cdot 10^3 \Leftrightarrow C = \frac{1}{R_1 \cdot 2\pi \cdot 20 \cdot 10^3}$$

- On a un degré de liberté
(libre choix de la valeur d'un composant)

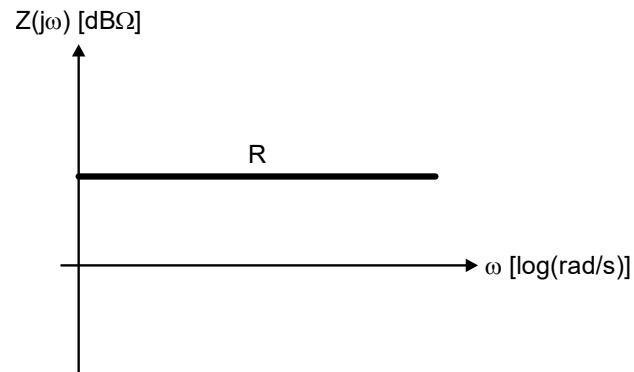
Example conception 2



Choix des impédances et $\underline{H}(j\omega)$

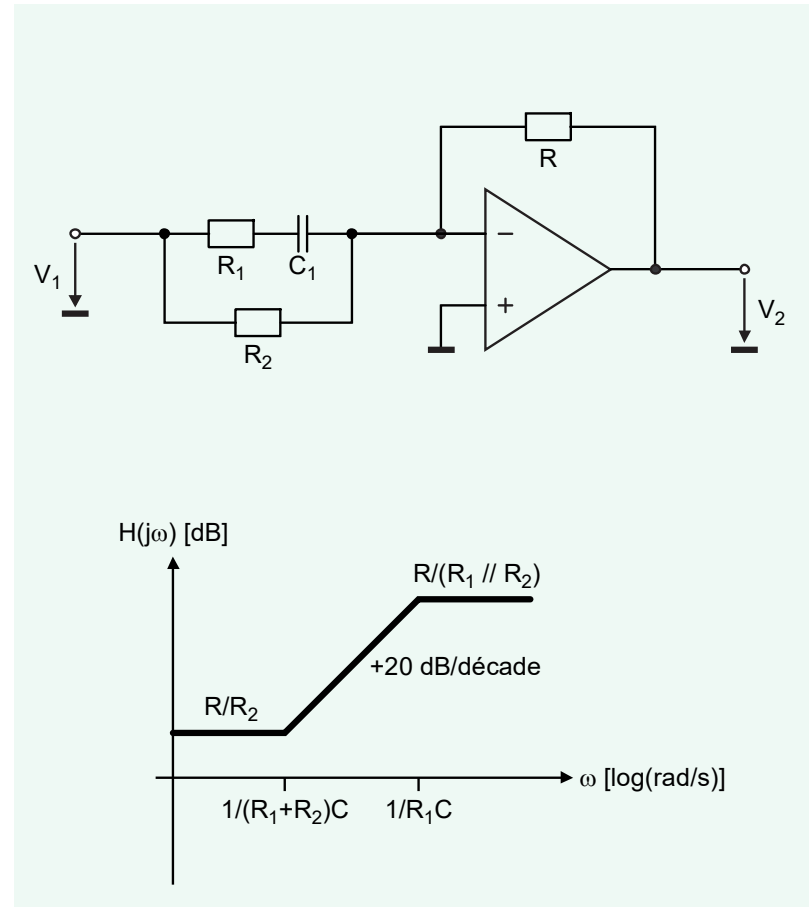
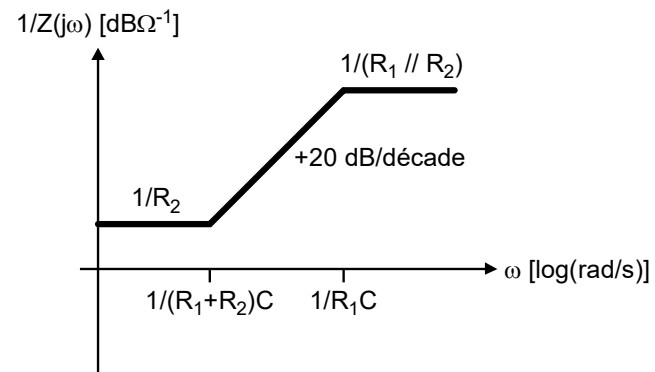


Fonction de transfert

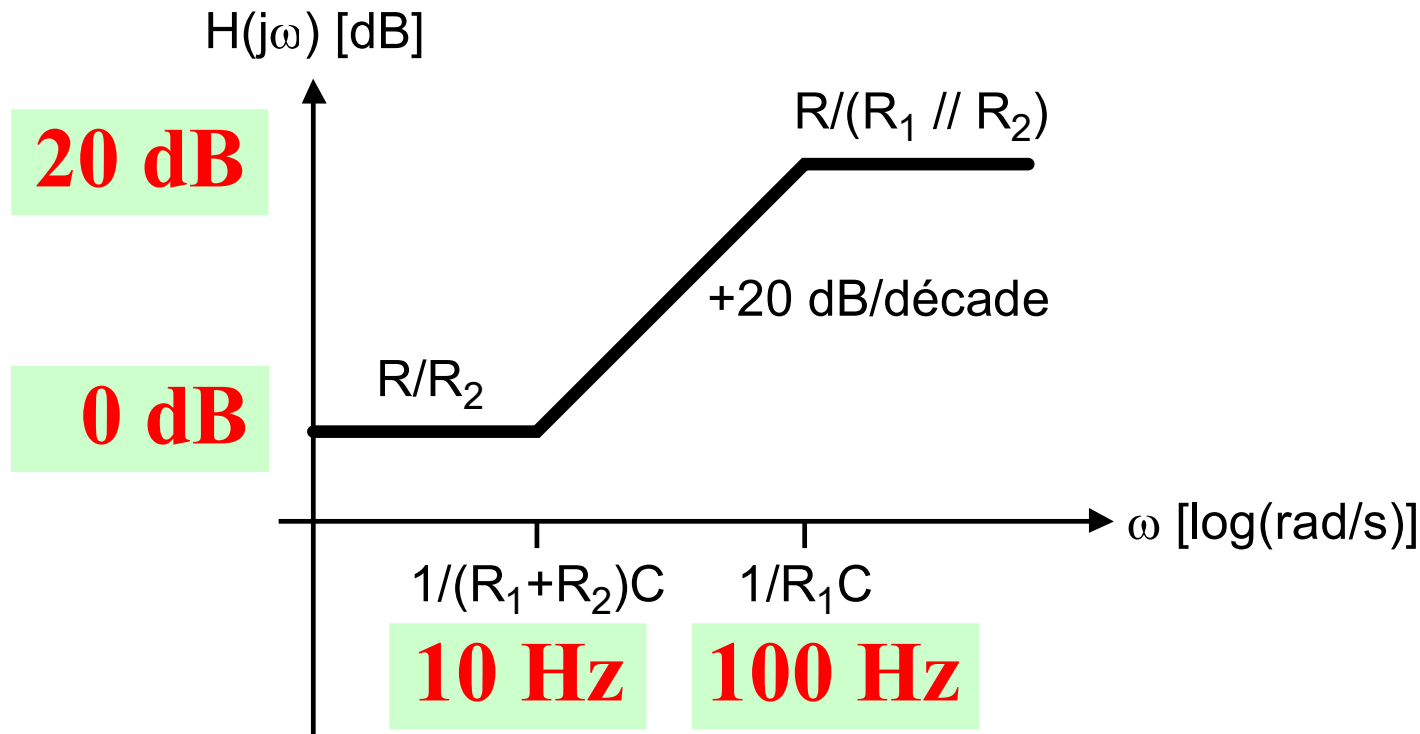


+

=



Equation de la fonction de transfert



$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = -\frac{R}{R_2} \cdot \frac{1 + j\omega(R_1 + R_2)C}{1 + j\omega R_1 C}$$

Valeurs des composants

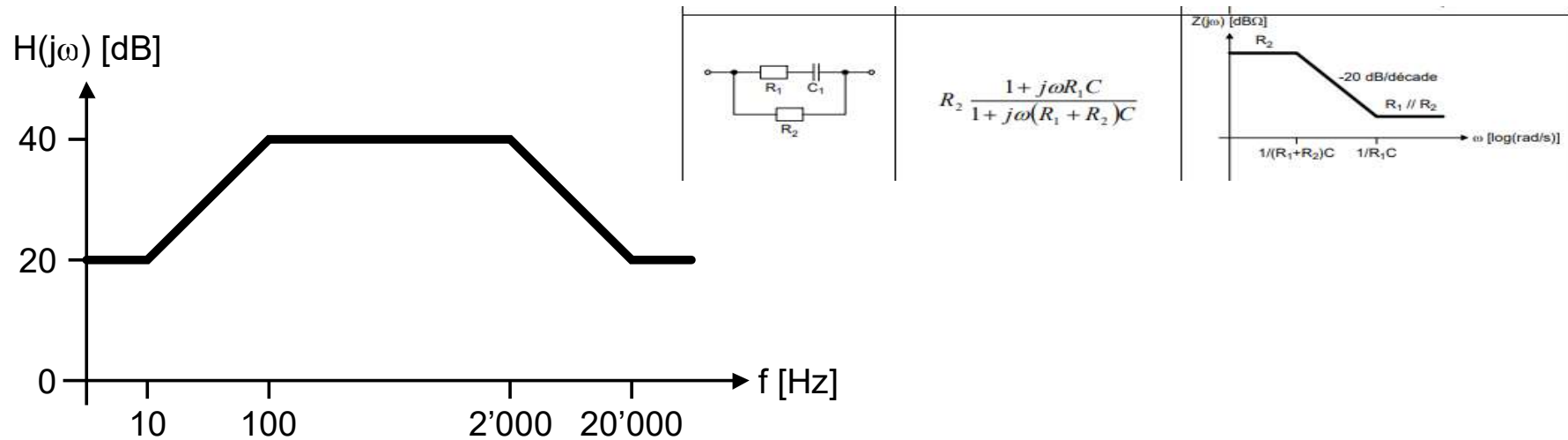
$$\frac{R}{R_2} = 1 \Leftrightarrow R = R_2$$

$$\frac{1}{(R_1 + R_2)C} = \frac{1}{10R_1C} \Leftrightarrow 10R_1 = R_1 + R_2 \Leftrightarrow R_1 = \frac{R_2}{9}$$

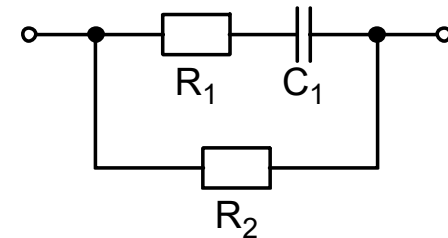
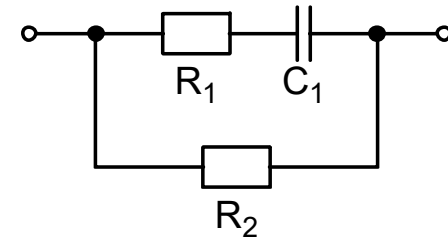
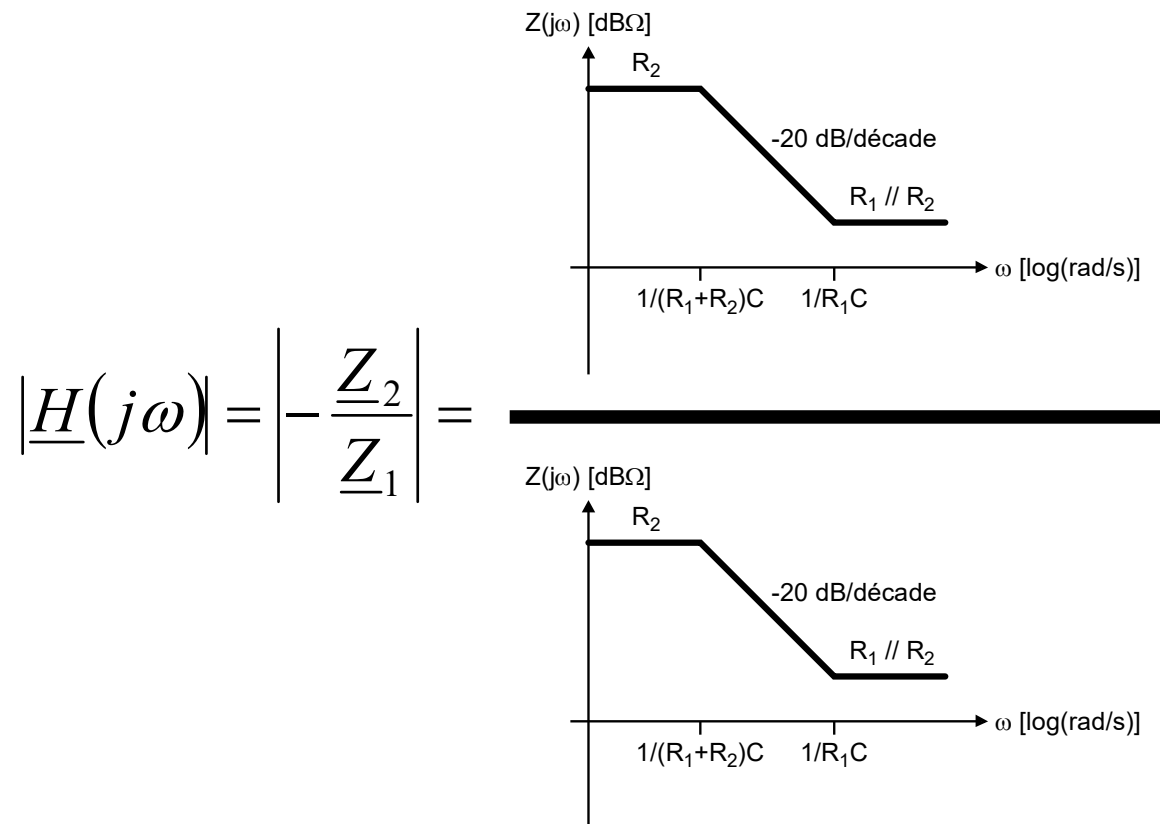
$$\frac{1}{R_1C} = 2\pi \cdot 100 \Leftrightarrow C = \frac{1}{R_1 \cdot 2\pi \cdot 100}$$

- On a un degré de liberté
(libre choix de la valeur d'un composant)

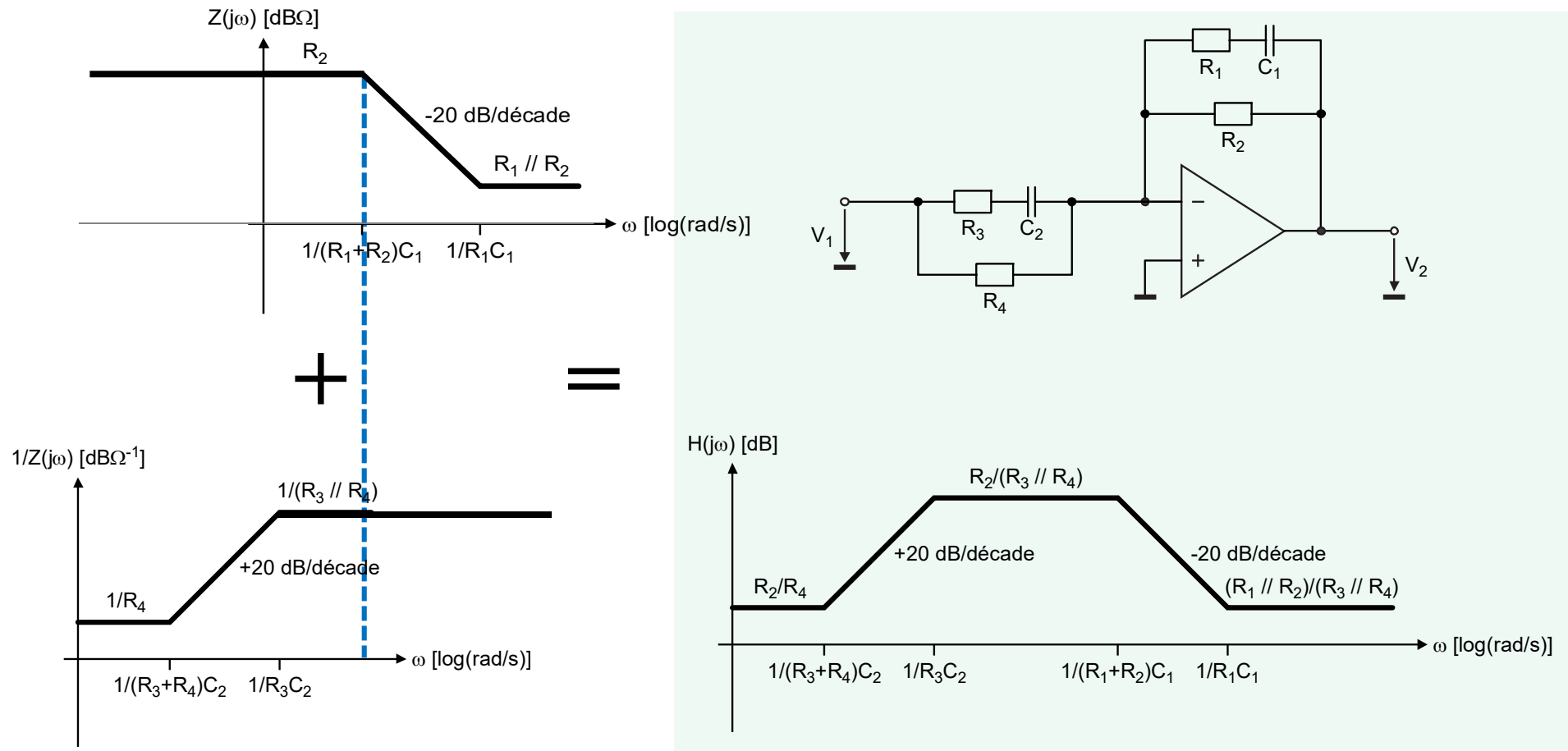
Exemple-conception 3:



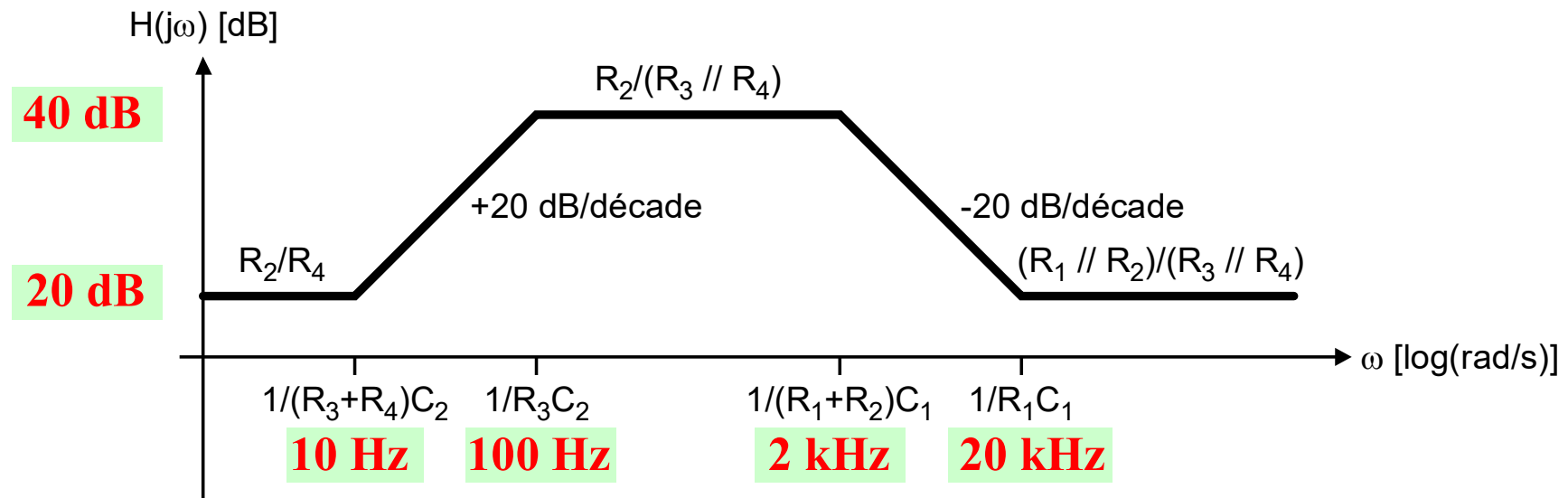
Choix des impédances et $\underline{H}(j\omega)$



Fonction de transfert



Equation de la fonction de transfert



$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = -\frac{R_2}{R_4} \cdot \frac{(1 + j\omega R_1 C_1) \cdot [1 + j\omega(R_3 + R_4)C_2]}{[1 + j\omega(R_1 + R_2)C_1] \cdot (1 + j\omega R_3 C_2)}$$

Valeurs des composants

$$\frac{R_2}{R_4} = 10 \Leftrightarrow R_2 = 10R_4$$

$$\frac{1}{(R_3 + R_4)C_2} = \frac{1}{10R_3C_2} \Leftrightarrow 10R_3 = R_3 + R_4 \Leftrightarrow R_3 = \frac{R_4}{9}$$

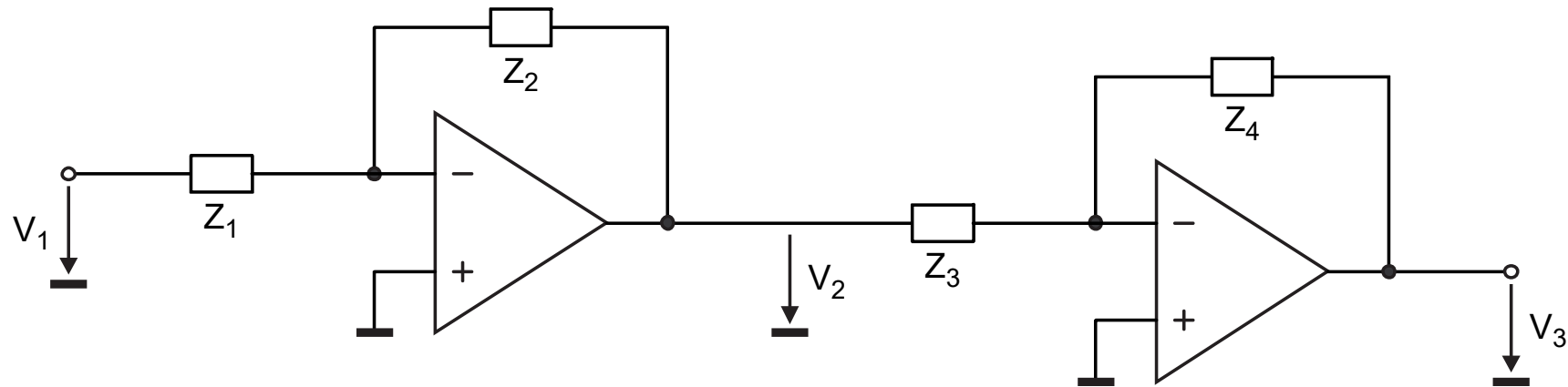
$$\frac{1}{(R_1 + R_2)C_1} = \frac{1}{10R_1C_1} \Leftrightarrow 10R_1 = R_1 + R_2 \Leftrightarrow R_1 = \frac{R_2}{9}$$

$$\frac{1}{R_3C_2} = 2\pi \cdot 100 \Leftrightarrow C_2 = \frac{1}{R_3 \cdot 2\pi \cdot 100}$$

$$\frac{1}{R_1C_1} = 2\pi \cdot 20 \cdot 10^3 \Leftrightarrow C_1 = \frac{1}{R_1 \cdot 2\pi \cdot 20 \cdot 10^3}$$

- On a un degré de liberté (libre choix de la valeur d'un composant)

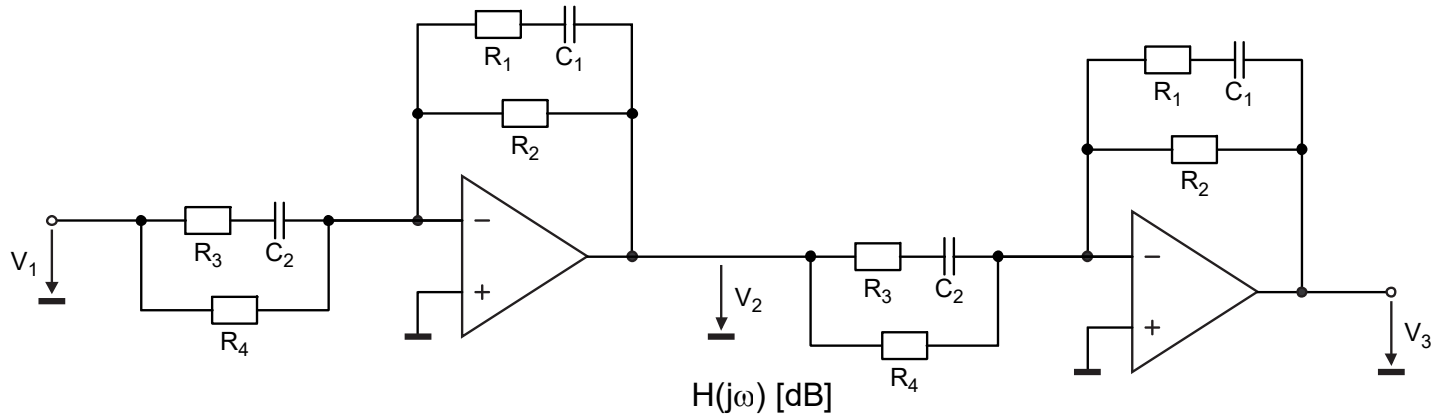
Filtres d'ordre > 1



$$\underline{H}(j\omega) = \frac{v_3}{v_1} = \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{v_3}{v_2} = \underline{H}_1(j\omega) \cdot \underline{H}_2(j\omega) = -\frac{Z_2}{Z_1} \cdot -\frac{Z_4}{Z_3}$$

- Ordre > 1 $\equiv$ Pentes multiple de ± 20 dB/décade
- Réalisé par mise en série de filtres d'ordre 1

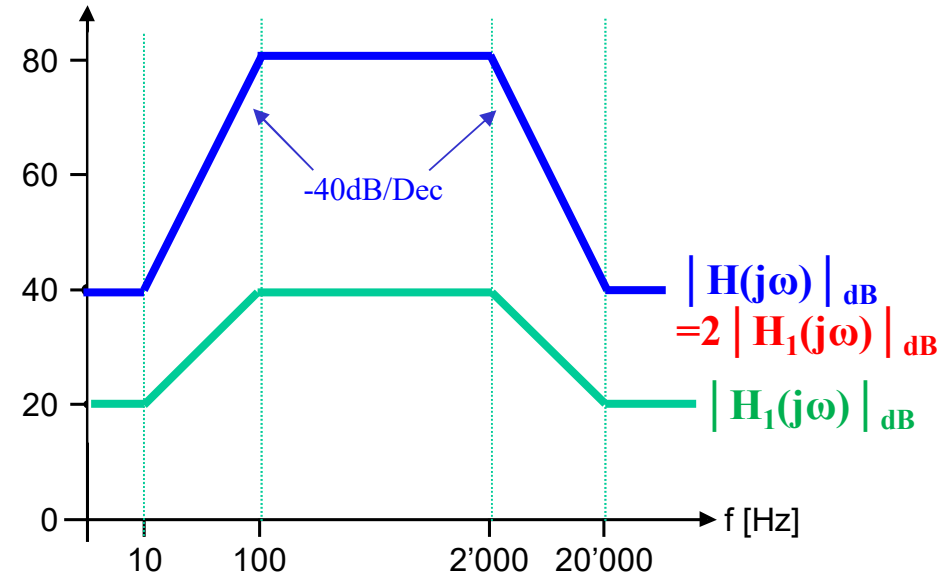
Exemple: Filtre d'ordre 2



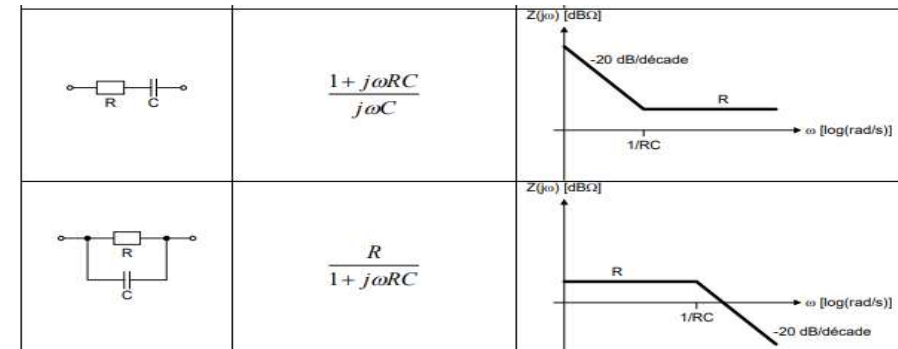
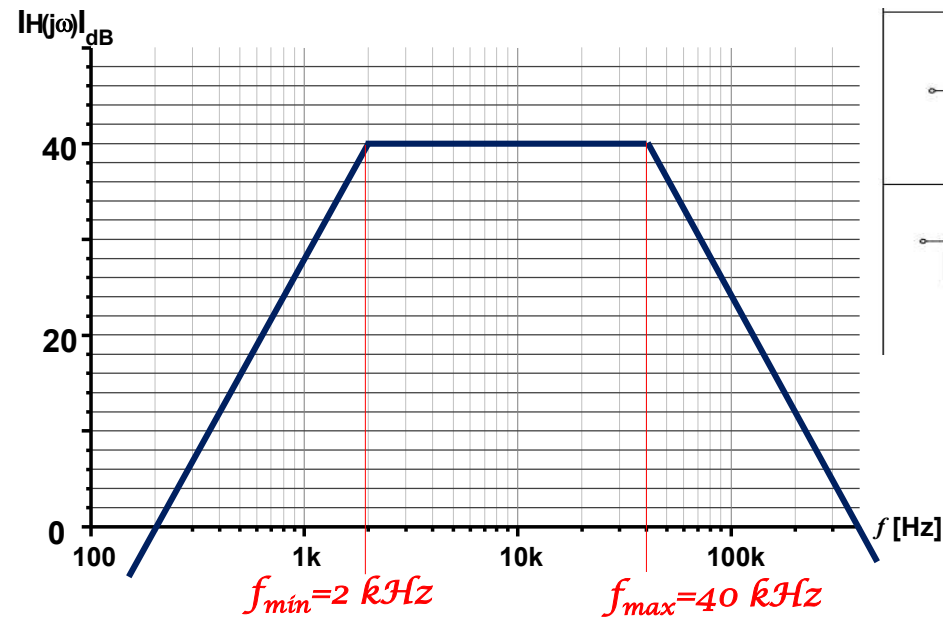
- 2 filtres passe-bande d'ordre 1 (exemple 3) en série

$$\underline{H}(j\omega) = \underline{H}_1(j\omega) \cdot \underline{H}_2(j\omega)$$

$$= \underline{H}_1^2(j\omega)$$



Ex: Filtrage



- Donner l'architecture du filtre passe-bande à amplificateurs opérationnels réalisant la fonction de transfert ci-dessus.
- Dimensionner ses éléments : on prendra pour les résistances les plus faibles une valeur de 10 kΩ.
- Etablir l'expression analytique $H(j\omega)$ correspondante, en mettant en évidence les pôles et les zéros.
- Donner le diagramme de Bode en phase

